Say's Identity と Say's Equality

熊澤　大輔

立命館大学大学院経済学研究科博士後期課程

本稿では、Lange（1942）からはじまる Say's law の数理的定式化の流れを整理し、その現代的意義について考察する。セイ法則の数理化は、Lange の古典派批判に端を発しており、Modigliani、Patinkin らとの論争の中で発展してきた。Becker & Baumol（1952）は、これらの論争を踏まえて、Say's law を事前的な需給一致を意味する Say's Identity と事後的な需給一致を意味する Say's Equality に概念区分することで、両者が別の意味で Say's Law を用いていること明らかにした。しかし、Baumol らは Say's Equality の構造を正確に説明しておらず、本稿ではそれが、貨幣数量説と貯蓄投資説から成る新古典派体系を指していることを確認する。また、2 つの Say's law が資本主義経済分析において、どのように位置づくのか若干の考察を行う。

1.Becker＆Baumol による分類

セイ法則の数理的定式かを最初に行ったのは Lange(1942)である[1]。以降、Modigliani（1944）、Patinkin（1949）（1956）らが主に厳密化を行っているが、それらを踏まえて、両者の議論を Say's Identity と Say's Equality に分類し、一定の整理を行ったは、Becker & Baumol（1952）である。Baumol らの分類は Identity 体系における絶対価格の性質に着目して、両体系を次のように整理している（表 1）。

表 1. Becker & Baumol のセイ法則概念

	超過需要関数	貨幣市場	商品市場	絶対価格
Say's Identity	同次	$\mathbf{M}=0$	$\mathbf{X}=0$	未決定
Say's Equality	非同次	$\mathbf{M}(p)=0$	$\mathbf{X}=0$	決定

$\mathbf{M}$:貨幣の超過需要　$\mathbf{X}$:財の超過需要

ここで同次であるとは、各超過需要関数が絶対価格に関してゼロ次同次であることを指

[1] 1938 年に開かれた The American winter meeting of the Econometric Society で Lange が元になる報告を行っている。Lange(1939)

している。両体系の決定的な相違は、 Identity が財市場の無条件均衡（$\mathbf{X}\equiv 0$）を意味しているのに対し Equality では財市場の一時的な不均衡 ($\mathbf{X}=0$) を認めている点にある[2]。Baumol らの言う Say's Identity は Lange)のセイ法則体系を指している。一方、Equality については Patinkin を参照しているが、必ずしも財市場において不均衡がどのように調整されるかは明確でない[3]。以下では、Lange(1942)にしたがって Identity の数理的定式化を行うとともに、Patinkin(1949)の元となっている Modigliani（1944）の体系から、Equality の定式化を行う。結果、Equality の体系では、財市場均衡が供給に合わせて需要が動くことで達成されることをみる。

2.Lange による Say's Identity の定式化

Lange（1942）の数理的定式化は、セイ法則を前提とする古典派体系が、絶対価格の未決定問題を残した不完全な体系であると証明するためになされている[4]。Lange の批判の骨子は以下の通りである。

いま、n コの商品がある経済を想定し、n 番目の商品は価値尺度物として交換の中間物として用いられる貨幣であるとする。p_i は i 番目の商品価格を示しており、$p_n\equiv 1$ とする。また、i 番目の商品の需要関数、供給関数は、それぞれ $D_i(p_1,\cdots,p_{n-1})$、$S_i(p_1,\cdots,p_{n-1})$ であると仮定する。すると、貨幣である n 番目の商品の需要・供給関数は、$n-1$ 本の独立な需要・供給関数から従属的に決定される。貨幣の総需要・総供給は、

$$\sum_{i=1}^{n-1} p_i D_i \equiv S_n \qquad \sum_{i=1}^{n-1} p_i S_i \equiv D_n \tag{1}$$

と定義される。よって、貨幣を含めた n この商品の総需要は

$$\sum_{i=1}^{n} p_i D_i \equiv \sum_{i=1}^{n-1} p_i D_i + D_n \equiv S_n + D_n \tag{2}$$

となる。同様にして総供給は次のように表せる。

$$\sum_{i=1}^{n} p_i S_i \equiv \sum_{i=1}^{n-1} p_i S_i + S_n \equiv D_n + S_n \tag{3}$$

ゆえに、

$$\sum_{i=1}^{n} p_i D_i \equiv \sum_{i=1}^{n} p_i S_i \tag{4}$$

（4）式はワルラス法則を表している。Lange は、セイ法則は貨幣を除いた商品の総需要・総供給が恒等的な一致であると定義する。これは、Baumol らの言う Identity の定義であ

[2] Becker ＆ Baumol(1952)p.357-361
[3]
[4] Lange(1942), p.64

る。すなわち、セイ法則とは

$$\sum_{i=1}^{n-1} p_i D_i \equiv \sum_{i=1}^{n-1} p_i S_i \tag{5}$$

である。（1）式より、セイ法則が成立するための必要・十分条件は

$$D_n \equiv S_n \tag{6}$$

となる。したがって、（5）式を踏まえると、セイ法則体系では、独立な方程式の数は$n-2$本、決定される価格は$n-1$ことなり、絶対価格が未決定となる。Lange はこの不整合を解決するには、総供給・総需要関数が絶対価格に関してゼロ次同次の必要があるとした。

$$D_i(p_1/p_{n-1},\cdots,p_{n-2}/p_{n-1}) \quad S_i(p_1/p_{n-1},\cdots,p_{n-2}/p_{n-1}) \tag{7}$$

　つまり、セイ法則体系とは（7）式のような人々の行動を前提とする体系であり、その結果として、（6）式の貨幣市場の無条件均衡が成立し、絶対価格の未決定問題が残されると批判した。

3.Modigliani による Say's Equality の定式化

　Modigliani は、Lange の批判に対して、貨幣市場の無条件均衡を維持したまま、絶対価格が決定される体系を具体的に示している。Baumol らの言う Equality の体系の原型はこれである[5]。Modigliani は Lange と異なり、同次性の仮定は一般的に成立するものとして、以下のような体系を示している[6]。

Y：国民所得　F：労働供給関数　C：個人消費　I：投資　P：価格　W：貨幣賃金率

r：利子率　M：名目貨幣供給量　N^D：労働需要　N^S：労働供給

$$M = kY \tag{8}$$

$$I = I(r,Y) \tag{9}$$

$$S = S(r,Y) \tag{10}$$

$$S = I \tag{11}$$

$$Y \equiv PX \tag{12}$$

$$X = X(N) \tag{13}$$

$$W/P = X'(N^D) \tag{14}$$

$$W = F^{-1}(N^S)P \tag{15}$$

---

5 Baumol らが参照している Patinkin(1949)pp.23-24 の modified classcal system と同じ構造となっている。

6 Crude Classical System.Modigliani(1944),pp.45-48

$$N^S = N^D \tag{16}$$

$$C \equiv Y - I \tag{17}$$

このモデルでは、仮に不完全雇用になれば（16）式が破られ、（15）式は貨幣賃金率Wが一定の式に置き換えられ、オールドなケインズ体系になると想定されている。また、Modiglianiは、完全雇用時には貨幣需要が利子率に依存しない体系となり、（8）式の貨幣数量説が成立すると考えている。Mは所与なので、方程式は10本、未知数$Y, r, S, I, P, N^S, N^D, W, X, C$となっており、体系は閉じている。（8）～（17）式を整理すると、

$$S(r, W/P) = I(r, W/P) \tag{18}$$

$$N^S(W/P) = N^D(W/P) \tag{19}$$

$$M = kPX(W/P) \tag{20}$$

となる。よって、生産量、投資といった実質量は$r, W/P$によって決定され、貨幣は絶対価格Pが運動することにより均衡する体系となっている。この体系には債券市場の超過需要関数が明示されていないが、ワルラス法則より、

$$\mathbf{N}(\frac{W}{P}) + \mathbf{X}(\frac{W}{P}, r) + \mathbf{B}(\frac{W}{P}, r, P) + \mathbf{M}(\frac{W}{P}, P) \equiv 0 \tag{21}$$

が成立することになる。$\mathbf{N}, \mathbf{B}$をそれぞれ労働と債権の超過需要関数である。労働市場が実質賃金率W/Pのみの関数であるので、労働市場を均衡させるようにW/Pが決定されると、（21）式は、

$$\mathbf{N}(\frac{W}{P}) = 0, \mathbf{X}(r) + \mathbf{B}(r, P) + \mathbf{M}(P) \equiv 0 \tag{22}$$

となる。ここで、債券市場が絶対価格の関数にもなっているのは、労働の超過需要を除いた3本の超過需要関数のうち、どの2本を選んでも絶対価格Pが決定される体系とならなければならないからである。しかし、（22）式をみると、貨幣市場が絶対価格Pのみの関数となっており、絶対価格は貨幣市場で決定されることになる。したがって、（22）式は結果的に

$$\mathbf{N}(\frac{W}{P}) = 0, \mathbf{X}(r) + \mathbf{B}(r) \equiv 0, \mathbf{M}(P) = 0 \tag{23}$$

という体系であることがわかる。このモデルの構造は次の通りである。まず労働市場で実質賃金率が決定され、（13）式により生産量が確定する。利子率は、需要（投資）を変動させ、先決された生産量に一致するする水準に決定される。それと同時に債券市場も均衡する。また、絶対価格は貨幣市場を均衡させるよう実質量とは無関係に決まることになる。

これは、貨幣数量説と貯蓄投資説が成立する典型的な新古典派体系である。

ケインズは、古典派・新古典派を合わせて「供給はそれ自身の需要を創造する」体系であると批判した。しかし、Baumol らの概念を正確に用いるならば、古典派は財市場が無条件均衡する Say's Identity の体系であり、新古典派は供給に合わせて需要が調整される Say's Equality の体系である。両体系の相違は結局のところ、前者が $\mathbf{X} \equiv 0$ 、後者が $\mathbf{X}+\mathbf{B} \equiv 0$ であることに帰結する[7]。また、両体系に共通する広義の意味での Say's law とは、実質貨幣の超過需要関数が恒等的にゼロ($\mathbf{M}^R \equiv 0$)ある、と定義することができる。

補.資本主義における Say's law の近似的成立

資本主義経済は、事後的に需給を調整する商品交換経済であり、Say's law（ $\mathbf{M}^R \equiv 0$ ）は一般的には成立し得ない。しかし、両体系が近似的に資本主義の下で成立している状態を考えることはできる。

Say's Identity は、貨幣市場の無条件均衡 $\mathbf{M} \equiv 0$ のみならず、債券市場も根本的に取り除かれている点に特徴がある。よって、資本主義の下で $\mathbf{M} \equiv 0$ かつ $\mathbf{B} \equiv 0$ となる根拠を合理的に説明する必要がある。これは、松尾（1996）によると $\mathbf{M} \equiv 0, \mathbf{B} \equiv 0$ の仮定は、長期における資本主義分析においては合理的であると考えられている。長期とは、ストック（資本、貨幣、債券）を自由に増減できるタイムスパンである[8]。このとき、長期における予算制約式は次のように表せる。

$$\mathbf{N}_0 + \mathbf{X}_0 + \mathbf{B}_0 + \mathbf{M}_0 \equiv \cdots \equiv \mathbf{N}_n + \mathbf{X}_n + \mathbf{B}_n + \mathbf{M}_n \tag{24}$$

下添え字は期間を表している。ストック量は各期においては一定であるが、長期においては期間をまたぐことで、このストック量は動かせる変数となる。このとき、人々は最適なストック量を自由に実現できるので、超過需要関数は絶対価格に影響されない。よって、同次性が成立する。また、(24) 式は、人々が生存している n 期間すべてを含めた長期（生涯）計画を意味しており、人々は最適な消費が行えるように意思決定を行う。したがって、このタイムスパンにおいては、不確実性は存在せず、現在と将来という概念も実質的にない。よって、不確実性がないことから貨幣市場の無条件均衡 $\mathbf{M} \equiv 0$ が成立しており、現在

[7] 絶対価格がユニークに決定されるか否かの相違もあるが、実質貨幣の超過需要がゼロとなる点では同じである。また、表 1 では Equality の体系が非同次となっているが、これは（23）式より、貨幣市場で絶対価格がユニークに決まること以外、実質的に影響しない。
[8] 松尾（1999）第 5 章参照。

と将来の財の交換を意味する債券市場も $\mathbf{B} \equiv 0$ として、根本的に捨象できると考えられる[9]。

一方、Equality は、3.でみた Modigliani の体系より、1）労働者が無産、2）完全雇用、3）不確実性が低い（貨幣数量説）、場合に近似的に成立し得ることが解る。仮に、労働者が有産であれば、利子率や絶対価格によって労働供給が変化することになるので、供給量に合わせて需要量が調整される Equality の構造とならなくなる。また、不完全雇用となると、賃金が一定となるケインジアン体系となるため、（15）式は成立しない。そして、不確実性が増し、貨幣の超過需要関数に利子率が含まれると、（8）式の貨幣数量説は成立しなくなるため Equality の体系とならない。以上のことから、1）2）3）の条件が成立すれば資本主義の下で Equality に近似した体系が成立し得る。

参考文献

Becker, Gary S. and Baumol, William J. (1952),"The classical monetary theory: the outcome of the discussion", *Economica,* 19, 355-76

Baumol, William J.(1977),"Say's (at least) eight laws, or what say and James Mill may really have meant", *Economica,* 44, 145-62

Lange, Oskar (1939),"REPORT OF THE DETROIT MEETING,DECEMBER 27-30, 1938", *Economica,* 17, 172-173

Lange, Oskar (1942),"Say's Law: A Restatement and Criticism", in *Studies in Mathematical Economics and Econometrics :* In Memory of Henry Schultz, Chicago: University of Chicago Press, 49-68

Modigliani, Franco（1944）,"Liquidity Preference and the Theory of Interest and Money", *Econometrica,* 12, 45-88

Patinkin, Don(1949),"The Indeterminacy of Absolute Prices in Classical Economic Theory", *Econometorica,* 17, 1-27

Patinkin, Don(1956), *Money, Interest and Price,* Evanston, Illinois

松尾匡（1996）『セイ法則体系』九州大学出版会

[9]もしくは、利子率と利潤率が等しくなっており、債券投資しようと実物投資しようと同じなので、実質的に債券市場が捨象されると考えてもよい。