

クールノー独占モデル解釈についての一考察

杉本昌俊

1. ローダーデールの課題

「各々の量と需要の間の相対比率が依然、堅持される可能性はあるが、そのような事情で、この均衡 equilibrium が継続されることは大変ありそうもないことだ。」(Lauderdale(1804),p.22)、「1.諸物は質 qualities をあわせ持っている結果においてだけ価値があるということが、それら諸物のある程度の稀少性 a certain degree of scarcity の中で存在しているという環境で人の欲望の対象にする。2.各商品が持つ価値の度合いは、その量とそれへの需要の間の比率に従う。」(Ibid.,p.38)、「コミュニティに付随する最大の天恵の一つだと当然考えられていた豊富な水に稀少性を創ることをそんな国の富を増加させる手段として提案すべきだとして…そんな企画者が諸個人の富の集合体の増加に成功する理屈になることは確かだ。なぜなら、有用で好ましい質をなお保持している水に、稀少に存在しているという環境を加えるという話なのだから、当然、水に価値が授けられねばならない。そして、いったん水が価値を得る際には、土地からのある一定年数の生産高価値を食糧を生産している土地の所有価格として指定するのと同じ環境が、等しく、泉のある一定年数にわたる生産高の価値を飲料を生産する泉の所有価格として指定する話だ。かようなわけで、全ての井戸の単純不動産権の価値分、その国の諸個人の富が増やされる理屈だ。」(Ibid.,pp.43-45)、これらは、均衡と稀少性概念が確立していたことを表わす。

Leonard(1994)は「Bertrand,J.が1883年の *Theorie mathématique de la richesse sociale* の中で、クールノー復占論は、数量よりもむしろ、価格が適切な選択変数になっていると激しく批判した。…復占論を一層精密にするのにかかわった諸論の中で、エッジワース Edgeworth は費用上昇を導入した。」(Leonard(1994), p. 504)と *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*(1838) 公刊直後の反響を解説する。

Bertrand の批判は次の通り。「同質の天然泉を所有し、他に競争者が居る心配もない二人の独占権所有者間の闘争の研究の類だ。彼等の関心は、提携を築く、あるいは少なくとも、共通価格を設定し、買手達から最大共通利益を得ることにあるという話だ、しかし、この解は拒否される。競争者のうちの一人が、買手をひきつけようと彼の価格を引下げたろう、もう一人は買手を取り戻そうと価格を一層下げるだろうと、クールノーは推測する。さらなる価格引下げが、どちらにも、もはや何もたらさなくなるまで、彼等は続けるだろう。…二人の競争者達によって売られる量を導入し、それらを独立変数として扱っているゆえに、一人の所有者の意志を通じて一方の量がたまたま変化しつつ、他方は不変のまま変わらないという話を彼は仮定している。」(Martin(1993),pp.35-36)

上述のローダーデールから、価値の必要条件である「有用で好ましい質」、言い換えれば

効用に、自由財生産要素に単純不動産権、Bertrand の言う独占権所有、を認めてそれを資本化して、自由財が稀少性を持ち十分条件が満たされるとする労働価値論批判の内の天然泉という生産要素の独占と資本化を基に、複占の公式化をクールノーは求めたと思う。Bertrand の後半部分はフィッシャーFisher,I.がそのまま踏襲する。「証明の中に発見される誤りは、各個人は彼のライバル生産量は一定だとする仮定に従って行動し、最大利潤を確保する様な自身の生産量調整だけに努める。」という彼の前提の中にある。(Ibid.,p.24)

2. エッジワースボックスに展開

「部分均衡分析のために供給と需要のグラフが一般的に示されたのはマーシャル流として知られる…が、その概念、明確な表現そして数学的説明での順序ではクールノーが先だ。…クールノーと他の 19 世紀の学者達は、部分均衡分析が一つの特別な場合を示すことと、多重市場相互作用がその適切な一般化だということを理解した。しかし、完全な一般均衡モデルを彼等は定式化しなかった。」(Starr(1997),p.7)。「…競争の価格受容行動は多数の買手と売手が居る舞台装置にとっても適切だ…一般均衡理論の進歩の大きな段階は、エッジワースの交渉モデルを精密に仕上げることだ…ドゥブリュー等はエッジワースの、一つの大経済における、価格受容均衡の等価概念と多辺なグループと個人の交渉の結果を論証した」(Ibid.,pp.8-9)。「エッジワースボックスにおける効率的配分…は、家計 1 及び家計 2 の無差別曲線の傾きが一致する点、二つの曲線の接点で生じる。これらの点の集合は、そこで、そのボックス内のパレート効率配分の集合だ。期首の基本財産点を通る二つの無差別曲線の間、レンズ型領域に在る、パレート効率点は、…基本財産から効率配分へと自発的交渉が達するべき点だ。…両家計は一本の共通の予算線に面している。」(Ibid.,pp.25-27)。エッジワースボックスの水平軸を労働＝余暇、垂直軸を財＝在庫に、象限の南西方原点を家計の原点、北東方原点を企業の原点として、各々の等量線マップを同じ平面に描けば、ロビンソンクルーザー経済(Ibid.,pp.9-20)の進化型で、貨幣を介在させない交換経済の二つの主体をその全てとする経済の一般均衡モデルに構想可能だ。クールノー複占モデルの二人ゲームは部分均衡分析だが、エッジワースボックスのそれは一般均衡分析へと拡張出来る。さらに、上述の労働＝余暇を抽象的労働(cf. Krause(1979))に仮定すると、間接効用とロイの恒等式、価格の限界効用÷所得の限界効用＝需要(田中(2009)、95 頁)より需要が抽象的労働の関数として描け(杉本(2009a)、62 頁)、n 財の超平面にされるエッジワースボックスは、抽象的労働をニュメレールに採用する一般均衡理論の体系となる。

期首の基本財産点では二つの家計の限界代替率が相違するため、二本の無差別曲線は交差する。パレート効率点は、二つの無差別マップを原点を対称に重ねた等量線の接点の軌跡と定義される契約曲線上の一点なので、二本の無差別曲線が互いに接しており、二つの家計の限界代替率は等しい。二本の曲線が接しているならば、それらは一本の共通の接線を持ち、余接条件により、同一方向あるいは真逆方向を示す法線も持つ

(Ostaszewski(1993),p.361)。「どの点であれ、その点を通る等効用量線に対する法線方向で、効用は最速で上昇する。明らかに、同じ理論が、収入曲線、費用曲線等に充てはまる。」三次元の立方向に効用量等の軸を描けば、「最も急な径路(すなわち最大の物理的勾配を持つ径路)は等高線に対する法線方向で生じる。…等高線に対する接線方向は他の極端だ。」

(Ibid.,pp.374-375)。家計1の等量線を u 、家計2の等量線を v で標記すると、

$(\partial u / \partial q_1, \partial u / \partial q_2) = \nabla u = \mu \nabla v = \mu (\partial v / \partial q_1, \partial v / \partial q_2)$ だ。すなわち等効用量線が接している点で両家計の効用が最速で上昇し、契約曲線を意義づける。価格ベクトルは「予算平面に直交する。…一つの平面に直交しているベクトルであれば、その平面に対する法線と呼ばれる。あるいは法線的にその平面に向うと言われる。二次元では、同様に、一つのベクトルが一本の直線に直交である時に、その直線に対しそのベクトルは法線であると言う。」(Ibid., p. 357)。ゆえに、 $\nabla u = \mu \nabla v = (P_1, P_2)$ だ。陰関数の効用関数すなわち等効用量線を微分すると限界代替率 $= dq_2 / dq_1 = (-\partial u / \partial q_1) / (\partial u / \partial q_2)$ だ。

(Ibid., 357)。「無差別曲線が予算線に接する点で最適消費束が達成される時、限界代替率 $= -P_1 / P_2$ でなければならない。」(Ibid., p. 54)。限界代替率が二つの家計間で相違する期首基本財産点は、 $(P_1, P_2) = \nabla u \neq \mu \nabla v = (P_1, P_2)$ と価格合意が得られない。

基本財産点からパレート効率点へ動く過程は、基本財産点で相違する二つの家計間の限界代替率を持つ各々の等量線の接線である予算線が、まず、互いに平行になる様に回転して、基本財産点で交差する二本の等量線間で限界代替率を共通にする座標まで各々の等量線上に沿って移動する。二本の等量線に対する二本の互いに平行な予算線がエッジワースボックスに描かれる。そこまでの移動は、価格比率の変化だけに依拠するので価格効果と呼べる。次に、それら二本の平行する予算線が、パレート効率点へシフトし、各々の家計にとって基本財産点を通過する等量線よりも上位の等量線が共有する一本の接線に合致させられる。このシフトは、価格比率の変化の効果をデフレーとした後の財産の積算調整なので実質効果と呼べる。企業の等産出量線についても同様に考えられ、実質効果による予算線のシフトは、その場合、総費用の上昇と解釈出来る。エッジワースボックスでは、無差別マップを北東方原点に置いて、元の無差別マップに重ね合わせることで対称性を得る。元の無差別マップが表わす選好とホモセティック (Henderson, et al. (1980), p. 40) であれば、パレート効率点は示され、交渉者の選好は序数的に説明される。(Roth(1995), p. 40)。

3. ゲーム理論関連

クールノー複占モデルでは、ライバルの生産量を独立変数にする反応関数が使われ、1 節の Bertrand は、クールノー公式は共通価格設定を仮定する、あるいは価格引下げ競争を隠していると批判した。最近の産業経済学の二人ゲームをみるとライバルが直面している価格を反応関数の独立変数として、プレイヤー間で価格を均等にする様に反応関数で一致させ、均衡を説明しており (Innes et al. (2009), p. 130)、Bertrand の批判を受けた形だ。さ

らに、クールノーモデルが捨象した財の需要主体の選好に関して、水平的差別化のホテリングモデルをツールに補われている (*Ibid.*, p. 123、杉本(2009b))。

Bertrand が批判する、クールノーは推測しながら、公式で隠している含意的仮定は、「(複占者は)彼等の生産量で生産した後に、競争が、超過需要のない水準に価格を引下げたろう。」(Holt(1995), p. 375) というものだが、「複占の下でさえ、完全競争が確立される怪しい含意だと拒絶」する議論もある (*Ibid.*)。「第一段階で企業が同時に生産能力を選定して、生産能力が観察された後に、第二段階で価格を選択する二段ゲームで価格と量のクールノー結果をもたらすのは…実験規則の手順に価格決定を外生的に組み込む目的に」(*Ibid.*) 適う。1949 年の *Competition Among the Few* の Fellner の、相手の反応曲線がわかれば、自分の反応曲線上を離れ、相手の反応曲線上で利潤を最大にするだろうから、反応曲線交点の均衡には至らないとの批判 (Leonard(1994), pp. 504-505) も、上述二段ゲーム第一段階に留まり「ナッシュ均衡出現前夜のクールノー分析の地位」(*Ibid.*) を反映する。

Shubik の 1959 年の *Strategy and Market Structure* が「ナッシュが非協力均衡を作るや否や、クールノーがナッシュに先行したことがはっきりして…重要なのは反応関数の交点だ。」(*Ibid.*, pp. 508-509) という考え方から、クールノー複占モデルを純粋戦略静学モデルとみる (田中(2009)、179-180 頁) ことが定着した。一方、Fellner が批判の拠所とした「二人の生産者が各自の期間にともに移動しながら、同時に決定をして、彼らが永久に復帰を強いられる均衡に時間を通じて至る」(Leonard(1994), p. 505)、いわば、多重期間の試行錯誤型動学 (*Ibid.*, p. 506) は「クールノーは既に、ベスト応答動学として今日知られるものを提案した。そのベスト応答動学は、他のプレイヤーの先の生産量に対する、ベストな応答を選択することによって、プレイヤーが彼等の数量を同時に調整する。この動学が収束する度にナッシュ均衡に収束することは容易に知れる。」(Huck, et al. (1999), p. C80) と、比較静学均衡で捨象されるプレイヤーの調整を補うかの様に、実験経済学でナッシュ均衡に至るベスト応答動学として分析される。クールノーは反応関数で、ベスト応答動学に先行する、学習を擬えたツールを採り入れたと評価出来ると思う。

学習と適応行動における模倣は、認知的熟練を多くは必要とせず、情報あるいは理解が殆んどない状況での決定形成のための素早く質素な発見的方法とされることから、Bosch-Domenech et al. (2003) は、クールノー市場で企業が大雑把に一層成功的企業を模倣することに照らして、対称クールノー市場の実験を行なっている。市場の結果を、模倣のあり得る存在のための一位の代理変数とみなすことを前提に、線形で右下がりの逆需要関数、線形で右上がりの費用関数そしてワルラス的競争生産水準で利潤正を仮定して、複占と三者独占について連続 22 期間のプレイを実験している。「その静学クールノーゲームでは、三つの対称純粋戦略が分析図に輪郭をはっきり浮き上がらせる。」(Bosch-Domenech et al. (2003), p. 498)。三つの戦略でパレート (P) が協力ゲーム、クール・ナッシュ (N) が非協力ゲームそしてワルラス (W) が寡占価格需給均等競争とそれらの間でブリズナーのジレンマが含意されている。22 期間の連続プレイの動学を一つの均衡に至る収束を分析する静学

ゲームと説明された。「(例えば、成功行動の模倣を通じて)プレイヤー達がワルラス方に動き始めれば、一層高い利潤を実現可能なところについて、彼等自身の経験を通じて、彼等は多くの証拠を蓄積してきたので、物事が上手くいかないことに気づく。それゆえ、プレイヤー達は理由を完全には理解しないかもしれないが、さらにワルラス方に進むことに気乗りしなくなる…被験者達は制限的に合理的であり得るから、なお、彼らの問題解決能力を使い始めながら、他者の行為に対する応答の全蓄えを有する。」(*Ibid.*, pp. 521-522)。模倣を一種の学習としクールノー反応曲線の相似物を求めるが関数開発には至っていない。

個人の合理性は、各人の内面的一貫性を意味するのであって、均衡に必要なプレイヤー相互の一貫性を含意しないとの観点から Van Huyck et al. (1997)は、均衡理論を補完するために、相互一貫行動の因の理解を求める。「前例に基づいて相互ベスト応答結果を選択するには、現在、観察可能なゲームの共有される過去の例に相当類似した特徴へ行為者が絞り込み、他者が同じ類似に絞り込むことを期待することが必要だ。」(Van Huyck et al. (1997), p. 577)。しかし、悪意行動(Bosch-Domenech et al. (2003), p. 496)等で「反復ゲームの初期に被験者が前例を最適に使わなければ学習は彼らに難しい。」(Van Huyck et al. (1997), p. 577)。そこで「経験は共有しないが、かかわっている誰もが、同じコミュニティのメンバーである状況に、慣例が前例を生む。…基本財産が対称なコミュニティに不均等分立慣例の出現」も観察された(*Ibid.*)。この進化ゲームで、反復実験動学の収束する全体的に安定な固定点は、ゲームの混合戦略均衡の相当物とされる(*Ibid.* p. 581)。反復実験動学は母集団動学モデルで、個人の主観的行動に関しては応答関数 response function が使われ、静学モデルの反応関数 reaction function から区別される(*Ibid.*, pp. 590-591)。

参考文献

- Bosch-Domenech, A. and Vriend, J. (2003) Imitation of successful behaviour in Cournot markets, *Economic Journal*, vol. 113, pp. 495-524.
- Henderson, J. and Quandt, R. (1980) *Microeconomic Theory*, 3rd ed, McGraw-Hill.
- Holt, C. (1995) Industrial organization: a survey of laboratory research, in Kagel, et al. (1995) *The Handbook of Experimental Economics*, pp. 349-443, Princeton University Press.
- Huck, S., et al. (1999) Learning in Cournot oligopoly, *Economic Journal*, vol. 109, pp. C. 80-95.
- Innes, R. and Hamilton, S. (2009) Vertical restraints and horizontal control, *RAND Journal of Economics*, vol. 40, pp. 120-143.
- Krause, U. (1979) *Geld und abstrakte Arbeit*, 邦訳(1985)『貨幣と抽象的労働』、三和書房
- Lauderdale, J. (1804) *An inquiry into the nature and origin of public wealth*, re. by Kelly (1966)
- Leonard, R. (1994) Reading Cournot, reading Nash: the creation and stabilisation of the Nash equilibrium, *Economic Journal*, vol. 104, pp. 492-511.
- Martin, S. (1993) *Advanced Industrial Economics*, Blackwell.
- Ostaszewski, A. (1993) *Mathematics in Economics*, Blackwell.

- Roth, A. (1995) Introduction to experimental Economics, in Kagel (1995), pp. 3-109.
- Starr, R (1997) *General Equilibrium Theory An introduction*, Cambridge University Press.
- Van Huyck, J., Battalio, R. and Rankin, F. (1997) On the origin of convention: evidence from coordination games, *Economic Journal*, vol. 107, pp. 576-596.
- 杉本昌俊 (2009a) ナッシュ均衡の再検討、『経済学史学会大会報告集第 73 回全国大会』、61-66 頁。
- 杉本昌俊 (2009b) 垂直マーチャンダイジングによる水平型価格管理のイネス・ハミルトンモデルに関する一考察、(mimeo 『第 24 回服装社会学研究部会報告要旨』文化女子大学服装社会学研究室)
- 田中靖人 (2009) 『ミクロ経済学第 4 版』(mimeo 同志社大学 pdf ファイル)